

Квадратна функција (понављање)

ЗАДАЦИ: Нацртати график и исписати особине следећих функција:

1. $y = x^2 - 4x$

2. $y = -x^2 + 4x - 4$

3. $y = x^2 + 4x + 8$

4. $y = -3x^2 + 4x - 8$

5. $y = 4x^2 - 12x + 9$

6. $y = 6x^2 + 5x + 1$

1. $y = x^2 - 4x$

(1) $a > 0 \Rightarrow$



(2) $x^2 - 4x = 0$ (непотпуна квадратна ј-на)
 $x(x - 4) = 0$

$x_1 = 0$ $x - 4 = 0 \Rightarrow x_2 = 4$

(3) $a > 0 \Rightarrow T_{\min}$

$a = 1$ $b = -4$ $c = 0$

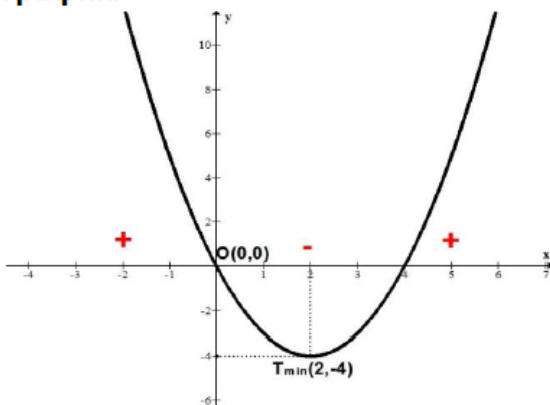
$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2} = 2 \quad \beta = \frac{4ac - b^2}{4a} = -\frac{0 - 16}{4} = -4$$

$T_{\min}(2, -4)$

(4) пресек са у-осом: ($y=c$)

$x=0 \Rightarrow y=0$

график:



ОСОБИНЕ:

1. домен: $Df = \mathbb{R}$

2. кодомен: $\overline{Df} = [-4, \infty)$

3. нуле ф-је: $x_1 = 0$ $x_2 = 4$


4. пресек са у-осом: $y = 0$

5. екстремна вредност: ф-ја има минимум: $T_{\min}(2, -4)$

6. монотоност: $y \uparrow$ за $x \in (2, \infty)$ и $y \downarrow$ за $x \in (-\infty, 2)$

7. знак: $y > 0$ за $x \in (-\infty, 0) \cup (4, \infty)$, $y < 0$ за $x \in (0, 4)$

$$2. y = -x^2 + 4x - 4$$

(1) $a < 0 \Rightarrow$ 

(2) $-x^2 + 4x - 4 = 0$

$$-(x^2 - 4x + 4) = 0 \text{ (квадрат бинома)}$$

$$-(x - 2)^2 = 0$$

$$x - 2 = 0 \Rightarrow \underline{x = 2} \text{ (једна нула)}$$

(3) $a < 0 \Rightarrow T_{\max}$

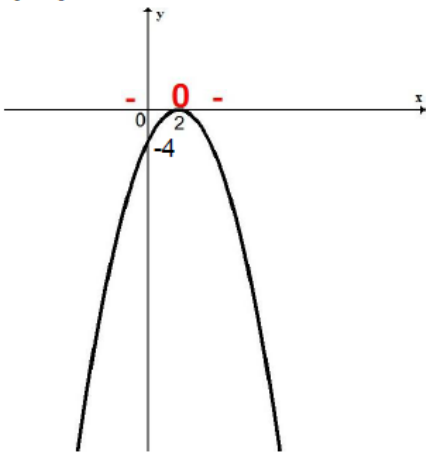
-једначина има само једно решење па је $T_{\max}(x, 0)$

$$T_{\max}(2, 0)$$

(4) пресек са у-осом: $(y=c)$

$$x=0 \Rightarrow y=-4$$

график:



ОСОБИНЕ:

1. домен: $D_f = \mathbb{R}$

2. кодомен: $\overline{D_f} = (-\infty, 0]$

3. нуле ф-је: $x_1 = x_2 = 2$

4. пресек са у-осом: $x = 0 \Rightarrow y = -4$


5. екстремна вредност: ф-ја има минимум: $T_{\max}(2, 0)$

6. монотоност: $y \uparrow$ за $x \in (-\infty, 0)$ и $y \downarrow$ за $x \in (0, \infty)$

7. знак: $y > 0$ за $x \in \emptyset$, $y < 0$ за $x \in (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

(или $(\forall x \in D_f) y \leq 0$)

3. $y = x^2 + 4x + 8$

(1) $a > 0 \Rightarrow$ 

(2) $x^2 + 4x + 8 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 32}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{-16}}{2} \text{ нема реалних решења (D < 0)}$$

(3) $a > 0 \Rightarrow T_{\min}$

$a = 1 \quad b = 4 \quad c = 8$

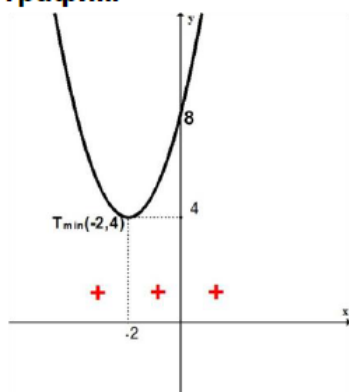
$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2} = -2 \quad \beta = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{32 - 16}{4} = 4$$

$T_{\min}(-2, 4)$

(4) пресек са у-осом: ($y=c$)

$x=0 \Rightarrow y=8$

график:



ОСОБИНЕ:

1. домен: $D_f = \mathbb{R}$

2. кодомен: $\overline{D_f} = [4, \infty)$

3. нуле ф-је: нема

4. пресек са у-осом: $x = 0 \Rightarrow y = 8$

5. екстремна вредност: ф-ја има минимум: $T_{\min}(-2, 4)$

6. монотоност: $y \downarrow$ за $x \in (-\infty, -2)$ и $y \uparrow$ за $x \in (-2, \infty)$

7. знак: $(\forall x \in D_f) y > 0$

Задаци 4), 5) и 6) су за домаћу задаћу!!!